

Das legendäre „Drei-Töchter-Problem“

**(überarbeiteter¹ und anonymisierter) Unterrichtsentwurf einer Stunde im Rahmen der Unterrichtsreihe
„Problemlösestrategien für Denksportaufgaben“**

Hans-Joachim Brehm / StR / Fachseminarleitung Mathematik

Datum: 12. April 2021

Ort: Kant-Gymnasium (02Y05)

Fach: Mathematik

Zeit: 8.50 Uhr

Raum: 17 (N-Turm, Hochparterre links)

Klasse: 6

¹ nach Hinweisen und Diskussionen aus den Fachseminaren

0. Bisher gezeigter Unterricht in dieser Klasse im Fach Mathematik

Datum	Besucher	Stundenthema, Inhalt	Kompetenz- und Standardbezug Die Schüler_innen ² ...	Bemerkungen
8. Nov. 2019 (19/20 I)	FS 0403Ma3b Brehm	Da sieht man ja alles auf einen Blick – ganz ohne Rechnen! Graphische Darstellung statistischer Daten	... erstellen, ausgehend von den vorliegenden Urlisten unter Benutzung einer Anleitung durch einen Fachtext, verschiedene graphische Darstellungen von Daten auf einem vorbereiteten Arbeitsbogen und präsentieren diese in einem Galerierundgang. [L5] Daten und Zufall [K6] Mathematisch kommunizieren (ggf. [K4] Mathematische Darstellungen verwenden ?)	
22. Nov. 2019 (19/20 I)	FS 0403Ma3a Brehm	Das können wir jetzt besser! Optimierung eines selbst erstellten Fragebogens	... entwickeln Kriterien für aussagekräftige Merkmale und geeignete Ausprägungen und sind in der Lage, vorgegebene Merkmale zu optimieren und geeignete Ausprägungen zu entwickeln. [L5] Daten und Zufall [K6] Mathematisch kommunizieren (ggf. [K3] Mathematisch modellieren ?)	Seminarstunde via Streaming
6. Nov. 2020 (20/21 I)	FS 0403Ma3b Brehm	„Und wie berechne ich das?“ Den Dreisatz für Berechnungen nutzen	... erlernen die algorithmische Durchführung des Dreisatzes zur Berechnung von Werten in vorgegebenen proportionalen Zuordnungen. [L4] Gleichungen und Funktionen [K5] Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	

² im Folgenden im Fließtext mit S_S abgekürzt

20. Nov.
2020
(20/21 I)

FS
0403Ma3a
Brehm

...klassifizieren anhand diverser Aufgaben verschiedene Arten von Zuordnungen nach den Möglichkeiten zur Bearbeitung (proportional, antiproportional, grundsätzlich berechenbar und unberechenbar) und entwickeln Rechenstrategien zur Lösung von Aufgaben, die durch das Modell der Antiproportionalität zu lösen sind.

[L4] Gleichungen und Funktionen

[K1] Mathematisch argumentieren

Seminarstunde
via Streaming

1. Individuelle Kompetenzentwicklung

Der Schwerpunkt im Unterrichtsentwurf liegt auf einer möglichst umfassenden Aufgabenanalyse.

Ich strebe im Unterricht an, sich in den Problemlöseprozess der S_S nicht aktiv einzubringen, sondern mit gebotener Zurückhaltung lediglich richtige Ergebnisse positiv zu bestärken und ggf. über die Hilfekarten hinaus Impulse, aber verbal keine Lösungen zu geben.

2. Überblick über die Unterrichtsreihe

Thema: Denksport- und Knobelaufgaben zur Förderung der mathematischen Problemlösekompetenz

Prozessbezogene Kompetenz: *[K2] Problemlösen*

Leitidee der gesamten Sequenz: unterschiedlich, je nach Aufgabe, s.o.

Tabellarischer Überblick über die Unterrichtsreihe

Stunde	Datum	Stundenthema	Kompetenz- und Standardbezug	Bemerkungen
1	12. April 2021	Das legendäre Drei-Töchter-Problem	vgl. 4.	dokumentierte Seminarstunde
2	13. April 2021	Kühe, Pferde und Schafe ... wie viele Tiere sind es?	Die S_S entwickeln Strategien, die helfen, mit einer begrenzten Anzahl von Probierversuchen das Problem zu lösen. [K2] Problemlösen Die S_S addieren und subtrahieren im Zahlenraum bis 100 [L1] Zahlen und Operationen Aufgabenanalyse: brehmweb.de/Mathematik/Kuehe-Pferde-Schafe	
3	14. April 2021	Wie kommen Wolf, Ziege und Kohlkopf über den Fluss?	Die S_S gelangen vom unsystematischen Probieren zum systematischen Probieren durch die Feststellung, dass die Ziege im Problem die Schlüsselrolle hat [K2] Problemlösen Die S_S finden systematisch verschiedene Kombinationsmöglichkeiten zur Flussüberquerung [L5] Daten und Zufall	
4	15. April 2021	Das Schachbrett-Dominostein-Problem	Die S_S erkennen, dass in durch Probieren nicht lösbaren Problemen eine Lösung durch (scheinbare) Verkomplizierung der Aufgabenstellung gefunden werden kann. [K2] Problemlösen Die S_S setzen geometrische Formen zueinander zusammensetzend in Beziehung und strukturieren ein unstrukturiertes Feld [L3] Raum und Form	

3.

Thema der Unterrichtsstunde

Thema: Das legendäre „Drei-Töchter-Problem“

Inhalt: Anhand der (scheinbar) authentischen Aufgabenstellung zur Bestimmung des Alters dreier Töchter anhand sukzessiv gegebener Informationen werden Lösungsstrategien (für Denksportaufgaben) entwickelt.

4.

Kompetenzen und Standards

Standard des RLP / Kompetenzen	Stand der Kompetenzentwicklung	Konkretisierung der Standards für die vorliegende Stunde
<p>Prozessbezogene Kompetenz:</p> <ul style="list-style-type: none">- Aufgaben bearbeiten, zu denen sie [die S_S] noch keine Routinestrategie haben- mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten bei der Bearbeitung von Problemen anwenden- Lösungsstrategien (z. B. vom Probieren zum systematischen Probieren) entwickeln und nutzen³ <p>[K2] Problemlösen</p>	<p>Problemlösestrategien sind im Zusammenhang mit kombinatorischen Fragestellungen thematisiert worden.</p>	<p>Die Schüler_innen entwickeln unter Benutzung der Teilbarkeitsbeziehung und logischer, den Zeitablauf berücksichtigender Überlegungen und durch systematisches Probieren und durch Eingrenzung der möglichen Lösungen eine Lösung für das vorgelegte Problem und reflektieren die Effektivität ihre Lösungsstrategien.</p>
<p>Inhaltsbezogene Standards/Leitidee: Beschreiben von Zahlbeziehungen innerhalb eines Zahlenbereiches (auch unter dem Aspekt der Teilbarkeit)⁴</p> <p>[L1] Zahlen und Operationen</p>	<p>Teilerbeziehungen sind von der zuvor unterrichtenden Kollegin intensiv behandelt worden.</p>	

³ RLP Teil C Mathematik, S.19

⁴ RLP Teil C Mathematik, S.36

Individuelle Kompetenzentwicklung aufgrund der exemplarischen Analyse der Lerngruppenheterogenität:

Teilgruppe Repräsentant_innen	Aktueller Lernstand mögliche Schwierigkeiten	angestrebte individuelle Kompetenzförderung	Maßnahmen zur individuellen Kompetenzentwicklung
Schüler_in 5 Schüler_in 9 Schüler_in 11	... arbeiten konzentriert, zügig und erfolgreich. Sie sind in der Lage, selbständig Strategien zu entwickeln und umzusetzen.	Strukturierte Darstellung des Lösungsweges unter Berücksichtigung der Zielgruppe „Klassenkamerad_innen“ im Sinne der Kompetenz [K6]	Individuelle Unterstützung der Darstellung der Lösung durch die Lehrkraft zur adäquaten Darstellung des Lösungsweges.
Schüler_in 3 Schüler_in 15 Schüler_in 19	... arbeiten zuverlässig, wenn klare Arbeitsaufträge vorliegen. Ggf. ist zu Teilschritten Input notwendig.	Gemeinsame Erarbeitung von Lösungsstrategien, Erfahrung der Sinnhaftigkeit kooperativen Lernens.	Verweis darauf, die individuellen Ideen der Mitschüler_innen auf Tragfähigkeit zu überprüfen, in Ausnahmefällen Einsatz der Hilfekarten, aber ohne Lösungen.
Schüler_in 5 Schüler_in 18 Schüler_in 25	... sind häufig abgelenkt, arbeiten unselbständig und häufig nur auf explizite Aufforderung hin. Sie erwarten klare Anweisungen, was zu tun ist.	Klare, schrittweise Erarbeitung der Problematik zur Förderung der Problemlösekompetenz.	Benutzung der Hilfekarten, zumeist wird auch die Lösung notwendig sein, um dann erfolgreich weiterarbeiten zu können.
Schüler_in 22 Schüler_in 29	... boykottieren weitgehend den Unterricht, erwarten aber persönliche Zuwendung, wenn ausnahmsweise Lernbereitschaft besteht.	Integration in das Unterrichtsgeschehen	(ggf. zwangsweise) Zuordnung zu Gruppen zum kooperativen Arbeiten, Benutzung der Hilfekarten und Lösungen zur Weiterarbeit.
Schüler_in 20	... ist nicht in der Lage, dem Unterricht konzentriert zu folgen, hat einen sehr hohen Bewegungs- und Mitteilungsdrang, den er gelegentlich intensiv auslebt.	Integration in das Unterrichtsgeschehen über Erweckung des Interesses an der Fragestellung.	Ggf. Einzelarbeit, um so die Motivation zu Erarbeitung einer Lösung zu forcieren.

Allgemein: Die Klasse 6 am Kant Gymnasium besteht aus 29 S_S (21 Schülerinnen, 8 Schüler), die seit Beginn des Schuljahres 2019/20 das Kant-Gymnasium besuchen und aus diversen Spandauer Grundschulen stammen. Nach Auskunft der ehemaligen Mathematiklehrerin, Frau Lede, die seit Oktober des Jahres im Ruhestand ist, ist die Leistungsstärke, verglichen mit anderen, früheren Klassen dieser Klassenstufe eher unterdurchschnittlich – eine Einschätzung, die ich teilweise durchaus bestätigen kann. (s.u.)

Ich habe in der Klasse bislang in Klasse 5 in wenigen Stunden zum Thema „Statistik“ für meine Fachseminare unterrichtet sowie den Unterricht in Klasse 6 für die Unterrichtseinheiten „Proportionalität“ und „Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitstheorie“ von Oktober 2020 bis Januar 2021 vertretungsweise in drei Stunden pro Woche eigenverantwortlich freiwillig übernommen, teilweise davon im saLzH.

Nach meinen jetzigen Erfahrungen differieren Leistungsfähigkeit und -wille stark. Während einige Schüler_innen sehr aufmerksam, arbeitsbereit und auch leistungsstark sind, schienen andere den seinerzeit von mir durchgeführten Unterricht, der möglicherweise nicht ihren Erwartungen entsprach, da er methodisch stark vom vorangegangenen Unterricht abwich und andere Schwerpunkte als das Rechnen setzte, eher als Vertretungsunterricht anzusehen, der nicht ernst zu nehmen sei.

Seit Beginn des 2. Halbjahres 2020/21 erfolgt wieder kontinuierlich stundenplangemäßer, regulärer Mathematikunterricht durch eine Kollegin.

Speziell: Aufgrund der Covid-19-Pandemie ist gegenwärtig noch nicht absehbar, ob der Unterricht nach den Osterferien wie geplant in Präsenz durchgeführt werden kann oder ob Hybridunterricht bzw. saLzH durchgeführt werden muss.

Fachlicher Schwerpunkt und didaktische Analyse

Fachlicher Schwerpunkt: Die vorgelegte Denksportaufgabe benötigt zu ihrer Lösung nur elementare Kenntnisse der Multiplikation und Addition im (natürlichen) Zahlenraum bis 50 sowie die Kenntnis der Teilerbeziehung als auch die Fähigkeit der multiplikativen Zahlzerlegungen in Teiler auf verschiedene Arten. Ferner sind gewisse logische Fähigkeiten in der richtigen Einordnung sukzessiv gegebener Informationen notwendig.

Aufgabe und Aufgabenanalyse: Die Grundidee der Aufgabe stammt von Mel Stover⁵, hier in der mehrfach individualisierten und überarbeiteten Form nach

brehmweb.de/Mathematik/Drei-Toechter-Problem

Folgende Geschichte wird erzählt:

Ich möchte euch heute eine Geschichte aus meiner Jugend erzählen. Als ich noch Student war, das ist schon lange her, musste ich natürlich nebenbei selbstverständlich Geld verdienen, um mein Leben *finanzieren* zu können.

Deshalb nahm ich einen *Job* als Zeitschriftenverkäufer an, der so ablief: Ich ging von Haustür zu Haustür, drückte den Leuten eine *Zeitschrift* in die Hand, die natürlich umsonst war, um sie dann aufzufordern, ein *Abonnement* abzuschließen. Für jedes Abonnement bekam ich dann Geld, genannt „*Provision*“, ansonsten war meine Bezahlung sehr gering.

Und so kam ich eines Tages in ein Hochhaus an der Sandstraße. Im obersten Stockwerk, wo ich meine Tour begann, öffnete mir eine Frau. Ich *spulte* mein Programm *ab*, drückte der Frau zwei Zeitschriften in die Hand und sagte: „*Gnädige Frau*, wenn Sie diese Zeitschriften zukünftig immer bekommen wollen, dann schließen Sie doch ein Abonnement ab – Sie haben was zu lesen, und ich kann mein Studium fortsetzen.“ Da wurde die Frau hellhörig und fragte, was ich denn studieren würde. Ich antwortete wahrheitsgemäß, das sei Mathematik, um Mathe-Lehrer werden zu können. Die Frau war skeptisch, ob ich denn auch ein guter Mathe-Lehrer werde, worauf ich ihr sagte, sie könne mich ja testen – an einem gewissen Selbstbewusstsein hat es mir noch nie gefehlt.

Sie ging glücklicherweise darauf ein, versprach mir, sogar zwei Abos zu nehmen, wenn ich ihre Aufgabe löse:

Aufgabe	Anmerkungen zur Lösung - Schwierigkeiten	Hilfen
Ich habe drei Töchter. Wenn man deren (ganzzahliges) Alter multipliziert, so erhält man 36.	Möglich sind nur noch folgende Alter, da die Alter der Töchter Teiler von 36 sind: 6, 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2, 1. Es bleiben -z.B. durch systematisches Probieren- also nur folgende acht Möglichkeiten:	Tippkarte 1 Lösung 1 Tippkarte 2 Lösung 2

⁵ veröffentlicht in: Martin Gardner, Scientific American 223, 1970

Älteste Tochter	Mittlere Tochter	Jüngste Tochter
36	1	1
18	2	1
12	3	1
9	4	1
9	2	2
6	6	1
6	3	2
4	3	2

Ich überlegte, aber natürlich konnte ich mit diesen Angaben das Alter der Kinder noch nicht bestimmen, es gab einfach zu viel Möglichkeiten. Die Frau lachte und sagte: „Stimmt, aber – und ist das nicht ein komischer Zufall –“

Aufgabe	Anmerkungen zur Lösung - Schwierigkeiten	Hilfen																																				
<p>Wenn man die Alter meiner Töchter addiert, dann kommt genau unsere Hausnummer heraus!</p>	<p>Folgende Hausnummern sind möglich, in allen anderen Fällen wäre die Aufgabe falsch gestellt:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Älteste T.</th> <th>Mittlere T.</th> <th>Jüngste T.</th> <th>Hausnummer</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>36</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>38</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table>	Älteste T.	Mittlere T.	Jüngste T.	Hausnummer	36	1	1	38	18	2	1	21	12	3	1	16	9	4	1	14	9	2	2	13	6	6	1	13	6	3	2	11	4	3	2	9	<p>Tippkarte 3 Lösung 3</p>
Älteste T.	Mittlere T.	Jüngste T.	Hausnummer																																			
36	1	1	38																																			
18	2	1	21																																			
12	3	1	16																																			
9	4	1	14																																			
9	2	2	13																																			
6	6	1	13																																			
6	3	2	11																																			
4	3	2	9																																			

O.k, natürlich wusste ich die Hausnummer nicht. Ich hätte fragen können, aber um etwas Zeit zu gewinnen, fuhr ich mit dem Fahrstuhl nach unten, schaute mir die Hausnummer an und ging dann langsam wieder nach oben und überlegte. Als ich schließlich wieder vor der Wohnungstür angekommen war, musste ich feststellen: „Tut mir leid, ich habe hin und her überlegt, aber ich weiß noch immer nicht, wie alt Ihre Töchter sind!“

Aufgabe	Anmerkungen zur Lösung - Schwierigkeiten	Hilfen
<p>Die Aufgabe ist so nicht lösbar.</p>	<p>Also muss die Hausnummer 13 sein, ansonsten wäre die Aufgabe entweder eindeutig (bei Hausnummer 38, 21, 16, 14, 11, 9) oder unlösbar (Hausnummern nicht 38, 21, 16, 14,13,11, 9). Nur bei der Hausnummer 13 ist die Aufgabe nicht eindeutig lösbar. Es bleiben als Lösungen: 9 – 2 – 2 oder 6 – 6 - 1</p>	<p>Tippkarte 4 Lösung 4</p>

Die Frau lachte erneut und sagte: „Das verwundert mich nicht, ich habe ja auch ganz vergessen ein Detail zu erwähnen: „

Aufgabe	Anmerkungen zur Lösung - Schwierigkeiten	Hilfen
<p>Die älteste Tochter spielt Klavier.</p>	<p>Es gibt also eine eindeutig älteste Tochter. Die Information, dass es eine älteste Tochter gibt, lässt die Möglichkeit 6 – 6 – 1 nicht mehr zu. Die nunmehr eindeutige Lösung ist 9 – 2 – 2.</p>	<p>Tippkarte 5 Lösung 5</p>

Oder war es doch Basketball? Ich weiß es nicht mehr Aber damit war mir alles klar, ich beantwortete die Frage nach dem Alter der Kinder, natürlich richtig. Die Frau nahm dann sogar drei Abonnements, ich bekam mein Geld, konnte weiter studieren – und darum stehe ich heute hier vor euch als euer Mathe-Lehrer.

Und nun frage ich euch: Wie alt waren die Töchter?

Aspekte zur Sprachförderung:

Für die Lösung Aufgabe ist ein genaues Zuhören und Erfassen der (schein)authentischen Geschichte notwendig. Bei der Wiederholung der Geschichte durch S_S wird die Exaktheit sowohl im rezeptiven als auch im produzierenden Bereich geschult. Ggf. werden bei Bedarf einige Begriffe, die im obigen Text *kursiv* markiert sind, erklärt, um den (Alltags-)Wortschatz der S_S zu erweitern.

Fachübergreifende Aspekte:

Durch die verbal gestellte Aufgabe und die Wichtigkeit der zeitlichen Reihenfolge der gegebenen Informationen werden zumindest im Ansatz auch entsprechende Kompetenzen im Fach Deutsch gefördert, der Comic als weitere Darstellungsform ist geeignet, Texte in medialer Form zu erschließen:

Prozessbezogener Kompetenzbereich: „Sprechen und Zuhören“⁶: Verstehendes Zuhören bedeutet, in der Lage zu sein, gesprochene Texte zu verstehen, zu nutzen und über sie zu reflektieren, um eigene Ziele zu erreichen, ... Um dies zu erlernen, benötigen die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, in verschiedenen Zuhörsituationen Kompetenzen zu erwerben und zu verbessern.

Fachspezifischer Kompetenzbereich „Texte in anderer medialer Form erschließen“⁷

Differenzierungsmaßnahmen: Über die gestuften Hilfekarten zu allen relevanten Teilüberlegungen zur Aufgabe können alle S_S gemäß ihrer Ergebnisse weiterarbeiten. Sie sind so gestaltet, dass zunächst eine operationalisierte Anweisung gegeben wird. Auf der Rückseite findet sich zusätzlich eine Lösung bzw. eine Lösungshilfe, falls der Hinweis nicht erfolgreich umgesetzt werden kann.

7.

Begründung der Lehr- und Lernstruktur

Einstieg: Der Einstieg erfolgt durch einen Lehrervortrag, um so durch den persönlichen (Schein-)Bezug eine (Schein-)Authentizität des vorgestellten Problems sowie Spannung zu erzielen. Um sicherzustellen, dass die Aufgabe in vollem Umfang verstanden ist, wird sie von S_S wiederholt. Eine Darstellung der Geschichte als Comic hilft ggf., sich anschließend an den Ablauf der Geschichte zu erinnern.

⁶ RLP Teil C Deutsch, S.5

⁷ RLP Teil C Deutsch, S.6

Erarbeitung: Um Problemlösestrategien zu entwickeln bietet es sich grundsätzlich an, in heterogenen Gruppen zu arbeiten, um so eine Vielzahl von Ideen zu generieren, diskutieren und zu bündeln. Andererseits sind gerade bei „Knobelaufgaben“ aber leistungsstarke S_S motiviert, allein auf die Lösung zu kommen, dann allerdings oftmals nicht in der Lage, ihre Lösung adressatengerecht zu präsentieren, hier wäre eine Kompetenzförderung im Bereich des Kommunizierens notwendig, die ggf. durch mich initiiert werden würde. Aus diesen Überlegungen wird daher die Sozialform grundsätzlich freigestellt. Allerdings sollte die Größe der Gruppen drei Personen nicht überschreiten, damit eine individuelle Mitarbeit aller in der Gruppe notwendig wird. Ggf. werde ich hier steuernd eingreifen, gleiches auch moderat, auch wenn die Gruppenzusammensetzung von mir als nicht funktional eingeschätzt wird bzw. wenn einzelne S_S nicht zur gewünschten Sozialform finden. Für S_S bzw. Gruppen, die keinen adäquaten Lösungsansatz finden, werden fünf zu den entsprechenden Geschichts- und Lösungsphasen passende Hilfekarten zur Verfügung gestellt. Durch die Bilder auf den Hilfekarten, die dem Comic entstammen, wird deutlich, für welche Stelle der Geschichte die entsprechende Karte hilfreich ist. Eine Lösung der in den Tippkarten gestellten Fragen/Anweisungen, die die für das weitere Vorgehen notwendige Zwischenergebnisse sicherstellen, werden aber nicht auf den Karten mitgegeben, sondern an einer anderen Stelle im Klassenraum ausgelegt, um so eine „verkürzte“ Bearbeitung durch die S_S zu verhindern und zudem dem Unterrichtenden die Möglichkeit zu geben, besser den individuellen Lernfortschritt und die Funktionalität der Tippkarten einschätzen zu können.

Sicherung: Zur Sicherung der Ergebnisse dienen Präsentationen einzelner S_S oder auch von Gruppen, da davon ausgegangen wird, dass zumindest einige S_S bzw. Paare oder Arbeitsgruppen zur Lösung des Problems gelangen. Anderenfalls wird die Lösung der Aufgabe fragend-entwickelnd unter Leitung des Lehrers erarbeitet. Da mit dem konkreten Ergebnis nicht weitergearbeitet wird, ist eine schriftliche Fixierung der Lösung nicht notwendig. Falls keine S_S eine präsentierbare Lösung gefunden haben, muss früher als antizipiert die Erarbeitungsphase abgebrochen werden, um dann gemeinsam fragend-entwickelnd erneut die Geschichte durchzugehen und an Tafel/Whitebord die Lösung herzuleiten. Für den Erfolg der Stunde bezüglich der prozessbezogenen Kompetenzförderung ist es unerlässlich, dass alle S_S sowohl die Lösung der Aufgabe als auch die Lösungsstrategie verstehen.

8.

Verlaufsplanung

Zeit		Phase/Intention Prozessablauf Ggf. Aktivitäten / Impulse der Lehrkraft Ggf. Schüler_innenaktivitäten	Sozialform Medien
Zeit	Dauer		
8.50 - 9.00	10'	Einstieg / Problemstellung Die scheinauthentische Geschichte wird vom Lehrer mit der Aufforderung, genau zuzuhören, vorgetragen. Anschließend werden Fragen beantwortet, insbesondere dass die Hausnummer nicht mehr verfügbar ist. Ggf. mehrfache Wiederholung der Geschichte durch S_S, ggf. Präzisierung auf Nachfrage durch den Lehrer.	L-Vortrag U-Gespräch
9.00 - 9.25	25'	Erarbeitung Ausgabe des Comics als Gedächtnisstütze Die S_S erarbeiten in (weitgehend) freigestellter Sozialform eine Lösung der Aufgabe, ggf. unter Benutzung der Hilfe- und Lösungskarten zu einzelnen Lösungsschritten.	Comic EA, PA, GA (nach freier Wahl) 5 Hilfekarten 5 (Zwischen)Lösungskarten
9.20 - 9.35	10'	ggf. alternative Sicherung Unter Bezugnahme auf die wesentlichen Stationen der Geschichte wird sukzessive im Unterrichtsgespräch die Lösungsstrategie gemeinsam entwickelt.	feUG Tafel / Board AB 1
9.25 - 9.35	10'	Sicherung Erfolgreiche S_S stellen die Lösung vor, erklären sie den Mitschüler_innen, beantworten deren Fragen, ggf. unter Einhilfe des Lehrers. Besonderer Wert wird auf die Reflexion der benutzten Lösungsstrategie gelegt.	

9.

Antizipation grundsätzlicher Schwierigkeiten und Alternativen

Pandemiebedingungen / saLzh: Sollte pandemiebedingt der Unterricht nicht als Präsenzunterricht stattfinden können, so erhalten die Kinder die Geschichte bereits am Vortag über ein Lernvideo. Der Unterricht findet dann in einer CISCO-Webex-Konferenz statt, in der die S_S die Möglichkeit haben, sich zwischenzeitlich in kleineren Gruppen auszutauschen, zu denen sich die S_S selbst zuordnen können.

Aufgabenstellung: Sollten wider Erwarten die Aufgabe und ihre Lösung bereits bekannt sein, so wird das „Kühe-Pferde-Schafe-Problem“ gestellt: Auf einem Bauernhof sind viele Tiere, nämlich Kühe, Pferde und Schafe. Ohne Kühe sind es sieben, ohne Pferde sind es acht und ohne Schafe sind es neun Tiere. Wie viele sind von allen genannten Tieren vorhanden?“ (Ansonsten in der zweiten Stunde der Reihe geplant)

10.

Ausblick auf die weitere Planung

Die Vorgehensweise und Systematik der Lösungsstrategie wird in den nächsten Stunden an anderen Beispielen erneut aufgegriffen und bezüglich ihrer Effizienz thematisiert.

11.

Medien

Comic zur Geschichte
Hilfekarten mit Lösungsbögen
ggf. Video

RLP Berlin, Teil C Mathematik, Klasse 1-10, Stand 2017

RLP Berlin Teil C Deutsch, Klasse 1-10, Stand 2017

brehmweb.de/Mathematik (abgerufen am 12. August 2021, 14.33 Uhr)

(1) Sitzplan (rückwärtige Sicht) mit Halbjahresnoten

Schüler_in 01 2 m	Schüler_in 02 4 m
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 03 3 m	Schüler_in 04 3 m
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 05 1 w	Schüler_in 06 2 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 07 2 w	Schüler_in 08 2 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 09 1 w	Schüler_in 10 3 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 11 1 w	Schüler_in 12 3 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 13 1 w	Schüler_in 14 4 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 15 3 w	Schüler_in 16 3 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 17 5 w	Schüler_in 18 5 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 19 3 w	Schüler_in 20 4 m
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 21 3 w	Schüler_in 22 5 w
--------------------------------	--------------------------------

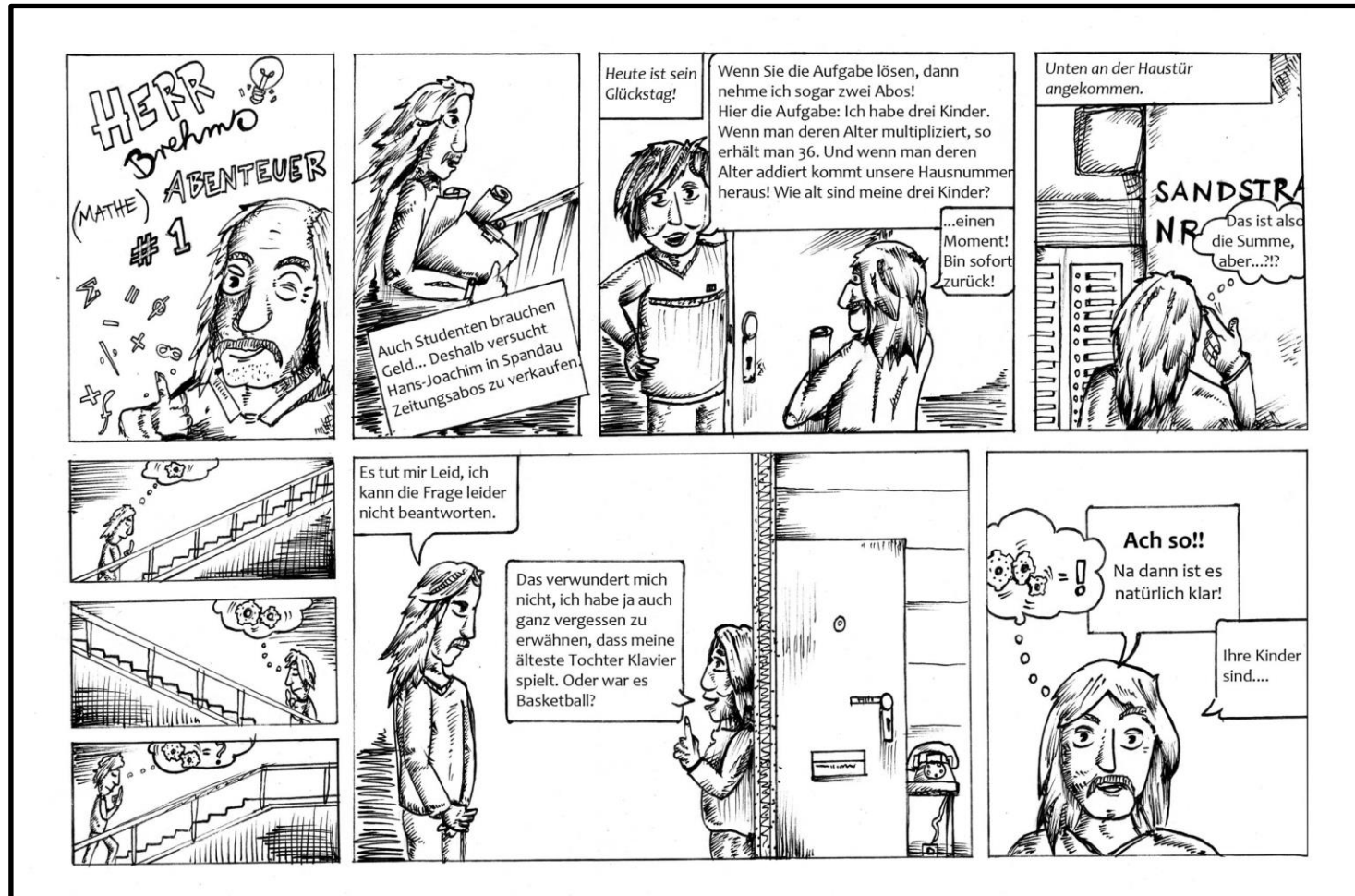
Schüler_in 23 4 w	Schüler_in 24 4 w
--------------------------------	--------------------------------

Schüler_in 25 5 w	Schüler_in 26 5 m
--------------------------------	--------------------------------

	Schüler_in 27 5 w
--	--------------------------------

Schüler_in 28 4 m	Schüler_in 29 3 m
--------------------------------	--------------------------------

(2) Comic⁸ als Arbeitsgrundlage



⁸ Comic 2018 erstellt von LAA Gerrit Kirchner im Rahmen eines Unterrichtsprojektes

(3) Hilfekarten und zugehörige Lösungskarten

Tipp 1:



Überlege dir, welche Alter für die Töchter überhaupt infrage kommen, z.B. kann keine Tochter 20 sein, da 20 multipliziert mit anderen natürlichen Zahlen nie 36 ergibt.

Lösung 1:

Das Alter der Töchter ergibt miteinander malgenommen 36.

Daher müssen die Alter Teiler von 36 sein, also können die Töchter nur 36, 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2 oder 1 sein.

Tipp 2:



Bestimme alle Altersmöglichkeiten, indem du die folgende Tabelle vervollständigst:

Älteste Tochter	Mittlere Tochter	Jüngste Tochter
36	1	1

Lösung 2:

Das sind alle möglichen Alterskombinationen:

Älteste Tochter	Mittlere Tochter	Jüngste Tochter
36	1	1
18	2	1
12	3	1
9	4	1
9	2	2
6	6	1
6	3	2
4	3	2

Tipp 3:



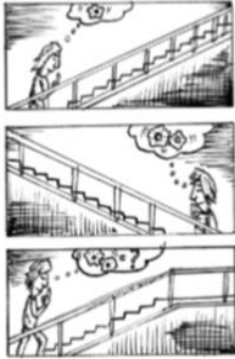
Berechne für jede Alterskombination die zugehörige Hausnummer. Gib an, was dir dabei auffällt.

Lösung 3:

Es sind nur die Hausnummern 38, 21, 16, 14, 13, 11 und 9 möglich.

Für die Hausnummer 13 gibt es allerdings zwei Alterskombinationen.

Tipp 4:



Überlege und **erzähle**, wie die Geschichte weitergegangen wäre, wenn die Hausnummer 9 wäre, und vergleiche mit dem wirklichen Ausgang der Geschichte.

Lösung 4:

Die Hausnummer 9 ist nur beim Alter der Töchter von 4, 3 und 2 möglich. Also hätte die Geschichte damit geendet, dass oben angekommen diese Lösung genannt wurde. Aber das ist nicht passiert, sondern die Lösung konnte noch nicht angegeben werden.

Tipp 5:



Überlege, was an dieser Aussage wichtig ist und wann sie gegeben wurde.

Lösung 5:

Es gibt eine älteste Tochter.

Diese Information wurde gegeben, nachdem die Hausnummer bekannt war, weil zu diesem Zeitpunkt die Aufgabe noch nicht lösbar war.

**(4) Arbeitsbogen AB 1
(im Falle der alternativen Sicherung)**




Kant-Gymnasium *** Klasse 6
Mathematik
Probeklausur

Das 3-Töchter-Problem

Name: _____ Datum: _____

Zur Erinnerung: Die Situation



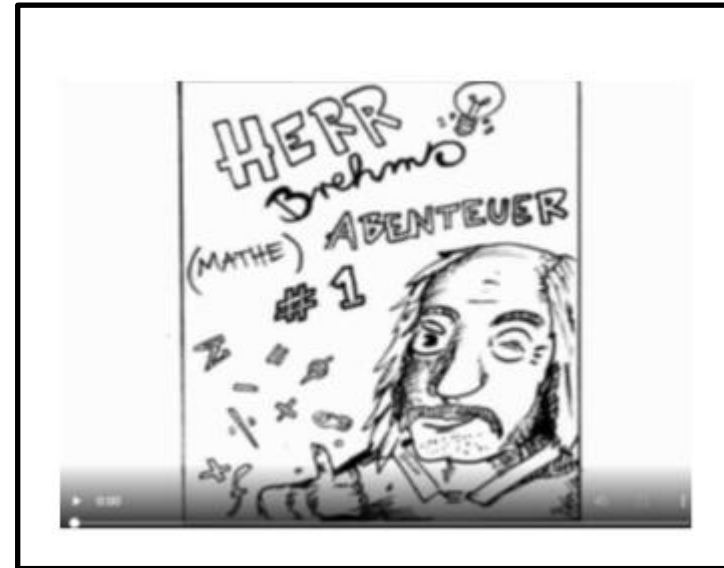
Und nun: Die (systematische) Lösung

Produkt der Alter der Töchter ergibt 36			Summe der Alter ergibt die Hausnummer
Älteste Tochter	Mittlere Tochter	Jüngste Tochter	

© Hans-Joachim Brehm
ersch. 2021-03-27

KANT 20-21/KLASSE 4/1 PROBLEMLÖSUN 3-TÖCHTER.DOCX - 1/1

**(5) Link zum Lernvideo
(im Fall des saLzH)**



brehmweb.de/Lernvideos/Mathematik/