

Dem Zufall auf der Spur

Unterrichtsentwurf einer Stunde zum Thema

„Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln mit zwei Würfeln“

Hans-Joachim Brehm (StR)

Datum: 18. Januar 2019

Ort: Kant-Gymnasium

Fach: Mathematik

Zeit: 8.00 Uhr – 8.45 Uhr

Raum:

Klasse: 6

0.

Bisherige Unterrichtsbesuche

Datum	Fach	Klasse	Besucher	Stundenthema	Inhalt, Kompetenzbezug
20. März 2015	Ma	JÜL 1 – 2 - 3	FS GS Harborth Brehm	Wie viele Quadrat-Fünflinge gibt es	<i>Form und Veränderung</i> <i>Problemlösen</i> Arbeiten mit Pentominos
16. Okt. 2015	Ma	Klasse 6	FS GS Brehm	Wie viele Flaschen Cola müs- sen gekauft werden?	<i>Zahlen und Operationen:</i> Multiplikation einer natürlichen Zahl mit einem Bruch <i>Argumentieren:</i> Die Schüler_innen berechnen das Ergebnis der Multiplikation ei- ner natürlichen Zahl mit einem Bruch und verallgemeinern das am Beispiel gewonnene Ergebnis zu der entsprechenden allge- meinen Regel
8. April 2016	Ma	Klasse 6	FS GS Brehm	Das Haus der Vierecke	<i>Form und Veränderung</i> Eigenschaften von Vierecken <i>Argumentieren:</i> Die Schüler_innen erstellen die graphische Übersicht „Haus der Vierecke“ mittels der Relation „... ist auch ein ...“.
14. Nov. 2016	Ma	Klasse 6	FS GS Brehm	Kühe – Pferde Schafe	<i>Zahlen und Operationen</i> <i>Problemlösen</i> Die Schüler_innen entwickeln verschiedene Strategien zur Lö- sung einer „Knobelaufgabe“
20. Jan 1917	Ma	Klasse 6	FS GS Brehm	Indirekte Proportionalität	<i>Zuordnungen und Funktionen</i> Die Schüler_innen beschreiben die Eigenschaften direkt und in- direkt proportionaler Zusammenhänge und grenzen solche mit- tels der Eigenschaften von anderen Zuordnungen ab. <i>Argumentieren</i>

					Die Schüler_innen unterscheiden anhand diverser Aufgaben verschiedene Arten von Zuordnungen, klassifizieren diese nach verschiedenen Möglichkeiten zur Lösung und entwickeln Rechenstrategien zur Lösung von Aufgaben, die durch indirekte Proportionalität zu lösen sind.
24. März 2017	Ma	Klasse 6	FS GS Brehm	Mit Anteilen von Anteilen rechnen	<i>Zahlen und Operationen</i> Zuordnen der Vorstellungen der Anteilbildung zur Multiplikation ... im Bereich der gebrochenen Zahlen <i>Argumentieren</i> Die Schüler_innen entdecken, dass der Anteil eines Anteils rechnerisch durch Multiplikation der jeweiligen Anteile bestimmt werden kann
28. Juli 2018	Ma	Klasse 5	FS GS Brehm	Das legendäre „Drei-Töchter-Problem“	<i>Zahlen und Operationen</i> <i>Problemlösen</i> Die Schüler_innen entwickeln unter Benutzung der Teilbarkeitsbeziehung und logischer, den Zeitablauf berücksichtigender Überlegungen durch systematisches Probieren und Eingrenzen eine Lösung für das vorgelegte Problem und reflektieren diese Lösungsstrategien.

1.

Individuelle Kompetenzentwicklung

Ich will versuchen, mit einem Minimum an Materialeinsatz ein Maximum an Lernerfolg durch hohe Schüleraktivität zu erreichen.

2.

Thema der Unterrichtsreihe

Thema: Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten

Leitidee der gesamten Sequenz: [L5] Daten und Zufall

Überblick über die Unterrichtsreihe / Unterrichtssequenz:

Stunde	Datum	Stundenthema	Kompetenz- und Standardbezug	Bemerkungen
1	16. Jan	Das Reißnägel-Problem	<i>Argumentieren</i> Die S_S erkennen durch die häufige Durchführung eines Zufallsexperimentes, dass die relative Häufigkeit eine sich mit zunehmender Versuchsanzahl stabilisierende und somit geeignete Größe zur Vorhersage des Ausgangs eines Zufallsexperimentes ist.	
2		Zufallsexperimente	<i>Kommunizieren</i> Die S_S planen ein (Nicht-Laplace-)Zufallsexperiment mit vorgegebenem Material, führen es hinreichend häufig aus, um relative Häufigkeiten bestimmen zu können, und stellen Experiment und Ergebnis unter Benutzung der Fachsprache vor.	
3	18. Jan	Dem Zufall auf der Spur	s.u.	
4	23. Jan			wird im Seminar erarbeitet
5				wird im Seminar erarbeitet
6	25. Jan			wird im Seminar erarbeitet

3.

Thema der Unterrichtsstunde

Thema: Dem Zufall auf der Spur

Inhalt: Die Schüler_innen untersuchen, wie die Ergebnisse des Zufallsexperimentes „Würfeln mit zwei Würfeln“ zustande kommen können, gedanklich und gelangen so zu möglichen Wahrscheinlichkeitsbelegungen für die Ergebnisse dieses Experimentes.

4.

Kompetenzen und Standards

Standard des RLP / Kompetenzen	Stand der Kompetenzentwicklung	Konkretisierung der Standards für die vorliegende Stunde
Prozessbezogene Kompetenz: <i>Argumentieren</i> Die SuS entwickeln unterschiedliche Strategien (sowohl über relative Häufigkeit als auch durch theoretische Überlegungen), um für ein Zufallsexperiment zu tragfähigen Wahrscheinlichkeitsbelegungen zu kommen. (SchiC Kant-Gymnasium)	Die Sus können zu einem beliebigen Zufallsexperiment die Ergebnisse angeben und mittels Durchführung relative Wahrscheinlichkeiten bestimmen.	Die Schüler_innen ermitteln (unter der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit der Ergebnisse des Würfeln mit einem Würfel) über die Kombinationsmöglichkeiten rational begründete Wahrscheinlichkeiten für das Zufallsexperiment „Würfeln mit zwei Würfeln“.
Inhaltsbezogene Standards/Leitidee: <i>Daten und Zufall</i> Begründen der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit von Ergebnissen [...] (Regel von Laplace) Vergleichen von theoretisch ermittelten Wahrscheinlichkeiten mit empirischen Beobachtungen (RLP, Teil C, Mathematik, S.61)	Eine rationale Begründung der Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen eines Zufallsexperimentes wurde noch nicht thematisiert.	

Individuelle Kompetenzentwicklung aufgrund der exemplarischen Analyse der Lerngruppenheterogenität:

Teilgruppe/Niveaustufe (Repräsentant_innen)	Aktueller Lernstand mögliche Schwierigkeiten	angestrebte Kompetenzförderung	Maßnahmen zur individuellen Kompetenzentwicklung

5.

Unterrichtsvoraussetzungen

Allgemein: Die Klasse besteht aus 24 Schüler_innen, die seit der 5. Jahrgangsstufe das Kant-Gymnasium besuchen und aus diversen Spandauer Grundschulen stammen. Nach Auskunft der Klassen- und Mathematiklehrerin ist die Leistungsstärke verglichen mit anderen, ehemaligen Klassen, eher gering, dieser Eindruck bestätigte sich sowohl in einer Seminarstunde im letzten Schuljahr als auch in der letzten Doppelstunde.

Speziell: Die heutige Mathematikstunde wurde für die Seminarstunde von der 5. Stunde in die erste Stunde vorgezogen.

Fachlicher Schwerpunkt: Die Wahrscheinlichkeitsrechnung beschäftigt sich mit der Vorhersage von Ergebnissen eines Zufallsexperimentes. Unter einem Zufallsexperiment wird ein wiederholbares, genau in seinen Bedingungen definiertes Experiment verstanden, bei dem alle möglichen Ausgänge, Ergebnisse genannt, bekannt sind, nicht aber der konkrete Ausgang bei einer Durchführung. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, für die Ergebnisse zu Wahrscheinlichkeitsangaben, mathematisch als Dezimalzahl oder Bruch, umgangssprachlich als Prozentzahl, zu kommen: Neben einer nicht begründbaren individuellen Vermutung, einen empirischen Ansatz über statistische Ergebnisse, einen rationalen Ansatz, zumeist auf vermuteter Gleichwahrscheinlichkeit, letztlich auch noch über den für die Schule ungeeigneten axiomatischen Ansatz.

In der vorliegenden Unterrichtsreihe sollen sowohl der empirische als auch der rationale Ansatz erarbeitet, verglichen und in ihrer Sinnhaftigkeit beurteilt werden,

Didaktische Reduktion: - - -

Aufgabenanalyse: Das Würfeln mit zwei Würfeln erzeugt elf Ergebnisse, nämlich die Augensummen von „2“ bis „12“, die allerdings nicht gleichwahrscheinlich sind, da bestimmte Augensummen auf verschiedene Weisen (W1 ist Würfel 1, W2 ist Würfel 2) erzeugbar sind:

	W1 = 1	W1 = 2	W1 = 3	W1 = 4	W1 = 5	W1 = 6
W2 = 1	2	3	4	5	6	7
W2 = 2	3	4	5	6	7	8
W2 = 3	4	5	6	7	8	9
W2 = 4	5	6	7	8	9	10
W2 = 5	6	7	8	9	10	11
W2 = 6	7	8	9	10	11	12

Es sind also 36 mögliche Ausgänge denkbar, und es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeitsbelegungen: $P(„2“)=1/36$, $p(„3“)=2/36$, $p(„4“)=3/36$, $p(„5“)=4/36$, $p(„6“)=5/36$, $p(„7“)=6/36$, $p(„8“)=5/36$, $p(„9“)=4/36$, $p(„10“)=3/36$, $p(„11“)=2/36$, $p(„12“)=1/36$.

Aspekte zur Sprachförderung: - - -

Differenzierungsmaßnahmen: Da die Heterogenität der Lerngruppe nicht bekannt ist, werden in der Gruppenarbeitsphase individuelle Hilfen durch den Unterrichtenden gegeben.

7.

Begründung der Lehr- und Lernstruktur

Die Vorstellung der Aufgabe erfolgt lehrerzentriert, um so Zeit für die eigentliche Erarbeitung einzusparen.

Die Erarbeitung erfolgt in Gruppenarbeit in heterogenen Gruppen, um so die Ideenvielfalt zu bündeln und alle Schüler_innen gemäß ihrer Fähigkeiten individuell in die Arbeit zu integrieren. Der Arbeitsauftrag wird dazu möglichst allgemein gestellt, um so eigenständige Entdeckungen zu ermöglichen. Vom Arbeitsbogen wird zunächst nur Seite 1 benutzt, um das Experiment zu beschreiben und den Arbeitsauftrag zu fixieren.

Die Sicherung der Ergebnisse erfolgt durch die Präsentation einer Gruppe, deren Ergebnisse im Unterrichtsgespräch durch die Ergebnisse weiterer Gruppen ergänzt werden. Zur Fixierung wird die zweite Seite des Arbeitsbogens eingesetzt.

7.	Verlaufsplanung
-----------	------------------------

Zeitangaben		Phase/Intention Prozessablauf	Sozialform/ Medien
Zeit	Dauer	Ggf. Aktivitäten / Impulse der Lehrkraft	Ggf. Schüler_innenaktivitäten
8.00	5'	Vorstellung der Problemstellung „Würfeln mit zwei Würfeln“ und Vergleich mit dem „Würfeln mit einem Würfel“	Lehrervortrag
8.05	25'	Beschreibung und gedankliche Durchführung des Experimentes und Erkundung der Möglichkeiten, bestimmte Ergebnisse zu erzielen	Gruppenarbeit AB Seite 1
8.30	15'	Vergleich der Ergebnisse der Gruppenarbeit und Sicherung der Ergebnisse	AB Seite 2

9.	Antizipation von Schwierigkeiten und Alternativen
-----------	--

Sollten die Vorgehensweise und insbesondere die Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln mit zwei Würfeln bereits bekannt sein, so werden erneut die absolute und relative Häufigkeit der Ergebnisse experimentell bestimmt und in Beziehung zu der bereits bekannten Wahrscheinlichkeitsbelegung gesetzt.

10.

Ausblick auf die weitere Planung

In den folgenden Stunden werden die verschiedenen Zugänge zu Wahrscheinlichkeitsbelegungen in ihrer Sinnhaftigkeit erörtert und über das „Gesetz der großen Zahlen“ zueinander in Beziehung gesetzt.

11.

Medien

Arbeitsbogen, s.u.


ggf. Tafeleinsatz

12.

Literaturangaben

RLP Teil C - Mathematik

Arbeitsbogen:

 Hans-Joachim Brehm Mathematik Wahrscheinlichkeitsrechnung		„Würfeln mit zwei Würfeln“	
Name: _____		Datum: _____	
Beschreibung			
So wird das Experiment durchgeführt:			
<hr/> <hr/> <hr/>			
Das sind die möglichen Ausgänge („Ergebnisse“):			
<hr/> <hr/> <hr/>			
Aufgabe			
Überlegt euch für jedes der Ergebnisse, wie dieses beim Würfeln zustande kommen kann. Gibt es Unterschiede zwischen den Ergebnissen? Sind alle gleichwahrscheinlich?			
© Hans-Joachim Brehm erstellt/ 2019-01-17		KART/18-19/SLAIDEA - 1/2	

Übersicht zu den möglichen Ergebnissen							
		gelber Würfel					
		1	2	3	4	5	6
weißer Würfel	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						
Zusammenfassung							
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>							
© Hans-Joachim Brehm erstellt/ 2019-01-17		KART/18-19/SLAIDEA - 2/2					

