



Angaben zur Person

Name: _____

Hinweise

Zeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner

Bearbeitung: Die Aufgaben 1 bis 4 sind zu bearbeiten und werden gewertet.

In Aufgabe 5 ist eine der drei Aufgaben (A), (B) oder (C) zu wählen und die Wahl durch ein Kreuz zu kennzeichnen.

Nur diese Aufgabe wird dann korrigiert und bewertet.

In Aufgabe 6 ist ebenfalls eine der Aufgaben (A) oder (B) zu wählen und durch ein Kreuz zu kennzeichnen.

Nur diese Aufgabe wird dann korrigiert und bewertet.

Hinweise: **Lies die Aufgabenstellungen sorgfältig und mache dann das, was verlangt ist. Die *kursiv gedruckten Operatoren* helfen dir dabei!**

Das ist vielleicht nicht immer das, was Du erwartest bzw. was Du von ähnlichen Aufgaben her gewohnt bist.

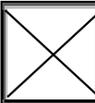
Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf den ausgegebenen Bögen innerhalb der gekennzeichneten Stellen. Zusätzliche eigene Blätter sind *nicht* erlaubt, Nebenrechnungen, Skizzen usw. sind ggf. auf den Blatt-rückseiten möglich. Der vorgegebene Platz für die Bearbeitung ist übrigens ein gutes Indiz dafür, in welchem Umfang die Bearbeitung der Aufgabe erwartet wird.

Die äußere Form der Arbeit wird separat bewertet!

Bitte sauber, leserlich, aber nicht zu groß schreiben. Die Verwendung von Tipp-Ex, Tintenkiller und Ähnlichem ist *nicht* gestattet.

In den mit  gekennzeichneten Aufgaben werden sprachliche Richtigkeit und sprachliche Gestaltung zusätzlich und unabhängig von der fachlichen Richtigkeit bewertet.

Viel Erfolg !



Aufgabe 1 (Pflicht): Zu Geraden die passende Gleichung finden

/ 10 Punkte

Zur Erinnerung

$$y = m \cdot x + n$$



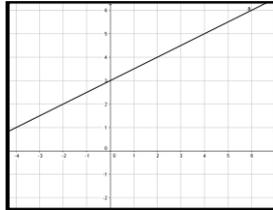
„Tafelbild“ vom 13. Januar 2021

Entscheide, welche der rechts angegebenen Gleichungen zu den links graphisch dargestellten Geraden gehören.

Verbinde die graphische Darstellung eindeutig mit der Gleichung durch eine Linie.

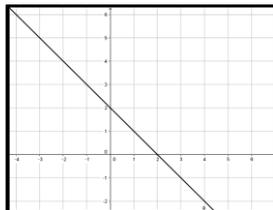
(Zu jeder graphischen Darstellung gibt es genau eine passende Gleichung, Mehrfachangaben gelten als falsch.)

1.1



$$y = 2 \cdot x + 3$$

1.2

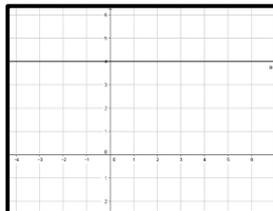


$$y = 3 \cdot x - 1$$

Punkte:

/ 2

1.3



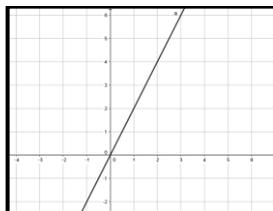
$$y = 2 \cdot x$$

$$y = 4 \cdot x + 0$$

Punkte:

/ 2

1.4



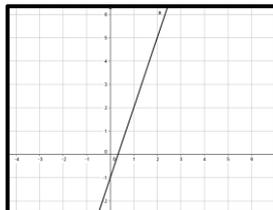
$$y = -1 \cdot x + 3$$

$$y = 4$$

Punkte:

/ 2

1.5



$$y = x + 2$$

$$y = -x + 2$$

Punkte:

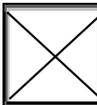
/ 2

$$y = x + 4$$

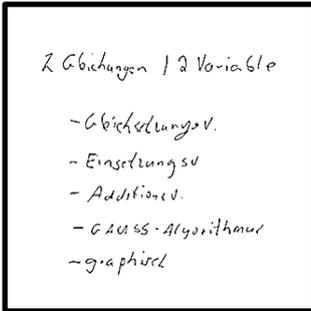
$$y = 0,5 \cdot x + 3$$

Punkte:

/ 2



Aufgabe 2 (Pflicht): Lösungsverfahren für Gleichungssysteme wählen / 10 Punkte



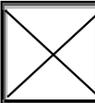
„Tafelbild“ vom 24. Februar 2021

Wähle aus und **kreuze an**, welches der genannten Verfahren zum Lösen des angegebenen Gleichungssystems besonders geeignet ist.

(Es darf pro Teilaufgabe jeweils nur ein Kreuz gesetzt werden, ansonsten wird die Bearbeitung als falsch gewertet.)

2.1	$y = 2,14x + 0,7$ $y - 1,7 = 1,14x$	Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren Additionsverfahren Gauß-Verfahren Graphisches Verfahren "Ausprobieren"		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Punkte: / 2 </div>
2.2	$3y = 2x + 4$ $2x = 2y$	Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren Additionsverfahren Gauß-Verfahren Graphisches Verfahren "Ausprobieren"		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Punkte: / 2 </div>
2.3	$5x = 3y - 1$ $-4x = -3y + 2$	Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren Additionsverfahren Gauß-Verfahren Graphisches Verfahren "Ausprobieren"		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Punkte: / 2 </div>
2.4	$y = 3x - 1$ $y = -x + 2$	Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren Additionsverfahren Gauß-Verfahren Graphisches Verfahren "Ausprobieren"		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Punkte: / 2 </div>
2.5	$x + y = 2$ $x - y = 0$	Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren Additionsverfahren Gauß-Verfahren Graphisches Verfahren "Ausprobieren"		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Punkte: / 2 </div>

(Die grün gekennzeichneten Antworten bringen volle Punktzahl, die gelb gekennzeichneten zumindest noch einen Punkt.)



Aufgabe 3 (Pflicht): Gleichungssysteme lösen

/ 10 Punkte

Handwritten equations: $2y = 4x - 8$, $(x) = y + 3$. A red arrow points from the x in the second equation to the x in the first. The word "Einsatzung" is written in red below.

„Tafelbild“ vom 24. Februar 2021

Löse die folgenden Gleichungssysteme mit einem beliebigen Verfahren, lediglich das „Ausprobieren“ bzw. „scharfe Hinsehen“ gilt nicht als Lösung in Sinne der Aufgabenstellung.

3.1 $y = 4x - 5$
 $2y - 5 = 3x$

Benutzung des Einsetzungsverfahrens (y aus Gleichung (1) in (2)):

$$2 \cdot (4x - 5) - 5 = 3x$$

$$8x - 10 - 5 = 3x$$

$$8x - 15 = 3x$$

$$5x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

Einsetzung des Ergebnisses für x in (1):

$$\underline{\underline{y}} = 4x - 5 = 4 \cdot 3 - 5 = \underline{\underline{7}}$$

(Andere Verfahren sind auch möglich, wengleich umständlicher, Hauptsache, das Ergebnis stimmt.)

Punkte:
/ 5

3.2 $3y = 2x + 11$
 $-9x = 3y$

Benutzung des Einsetzungsverfahrens (3y Gleichung (2) in (1)):

$$-9x = 2x + 11$$

$$-11x = 11$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

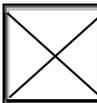
Einsetzung des Ergebnisses für x in (2)

$$3y = -9x = -9 \cdot (-1) = 9$$

$$\underline{\underline{y = 3}}$$

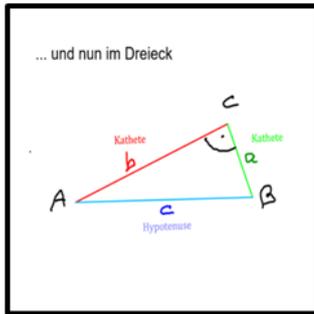
(Andere Verfahren sind auch möglich, wengleich umständlicher, Hauptsache, das Ergebnis stimmt.)

Punkte:
/ 5



Aufgabe 4 (Pflicht): Mit dem Satz des Pythagoras und Lngen rechnen

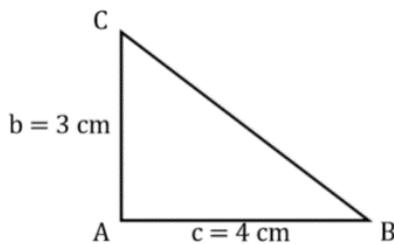
/ 12 Punkte



„Tafelbild“ vom 27. Januar 2021

Benutze den Satz von Pythagoras, um in rechtwinkligen Dreiecken Seitenlängen zu **berechnen** bzw. Argumentationen zu **begründen**.

4.1 **Berechne** die Länge der Hypotenuse.



Sei a die Länge der gesuchten Seite, das ist hier die Hypotenuse.

Nach dem Satz von Pythagoras gilt in der hier angewendeten Benennung

$$a^2 = b^2 + c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

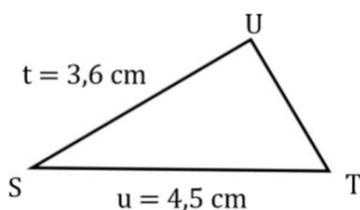
Wurzelziehen ergibt dann die gesuchte Hypotenusenlänge von 5 cm.

(Die Kommentare sind nicht notwendig.)

Punkte:

/ 3

4.2 **Berechne** die fehlende Seitenlänge.



Sei s die Länge der gesuchten Seite, das ist hier die zweite Kathete.

Nach dem Satz von Pythagoras gilt in der hier angewendeten Benennung

$$u^2 = t^2 + s^2$$

also

$$s^2 = u^2 - t^2 = 4,5^2 - 3,6^2 = 20,25 - 12,96 = 7,29.$$

Wurzelziehen ergibt dann die gesuchte Kathetenlänge von 2,7 cm.

(Die Kommentare sind nicht notwendig.)

Punkte:

/ 3

- 4.3 **Berechne** die Länge der Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit den Kathetenlängen 4cm und 7cm.

Sei x die Länge der gesuchten Hypotenuse. Nach dem Satz von Pythagoras gilt

$$x^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

Wurzelziehen ergibt dann die gesuchte Hypotenusenlänge von 8,1 cm.

(Die Kommentare sind nicht notwendig.)

Punkte:

/ 3

- 4.4 **Begründe**, warum ein Dreieck mit den Seitenlängen 7cm, 9cm und 12cm nicht  rechtwinklig sein kann.

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras: Das Hypotenusenquadrat ist gleich Summe der Kathetenquadrate.

Da die Hypotenuse stets die längste Seite ist, muss sie hier also hier 12cm lang sein.

Wenn also das Dreieck rechtwinklig ist, müsste nun

$$12^2 = 7^2 + 9^2$$

gelten, aber

$$12^2 = 144$$

und

$$7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 120.$$

Also kann das Dreieck nicht rechtwinklig sein.

Punkte:

/ 3

Aufgabe 5 A (alternativ zu 5 B und 5 C): Sachverhalte mit linearen Funktionen beschreiben / 16 Punkte



Wir streamen Musik- aber was kostet das?

Ein neuer Musikstreamingdienst bietet an:

(A) FLATRATE: Du willst alles? Zahle 12€ im Monat, dann kannst du so viel Musik hören, wie du willst!

(B) SONG-BY-SONG: Du willst kein Geld verschenken? Zahle einfach nur für das, was du wirklich hörst! Jeder Song kostet dich nur 20ct!

(C) Du hörst mal viel, mal wenig? Dann komm doch in den MUSIC-CLUB! Du zahlst für ein ganzes Jahr nur 48€ Clubbeitrag und hörst dann jeden Song für nur 10ct.

(D) TRY-IT: Du bist noch nicht von uns überzeugt? Dann teste uns! Bis zu 10 Songs im Monat sind kostenlos, danach musst du aber für jeden weiteren Song leider 50ct bezahlen – kannst aber jederzeit in einen anderen Tarif wechseln.

5.1 **Gib** zu den Tarifen (A) bis (C) jeweils die zugehörige Geradengleichung für die monatlichen Kosten **an, definiere** zuvor, wofür die Variable x steht.

x : Anzahl der Songs, die pro Monat gehört werden.	Punkte: / 1
(A) FLATRATE: $y_A = 12$	Punkte: / 1
(B) SONG-BY-SONG: $y_B = 0,2 \cdot x$	Punkte: / 1
(C) MUSIC-CLUB: $y_C = 0,1 \cdot x + 4$	Punkte: / 2

5.2 **Gib** die Gleichung der Geraden, mit der die Kosten des TRY-IT Tarifes berechnet werden können, wenn der Nutzer im Monat mehr als zehn Songs anhört, **an**.

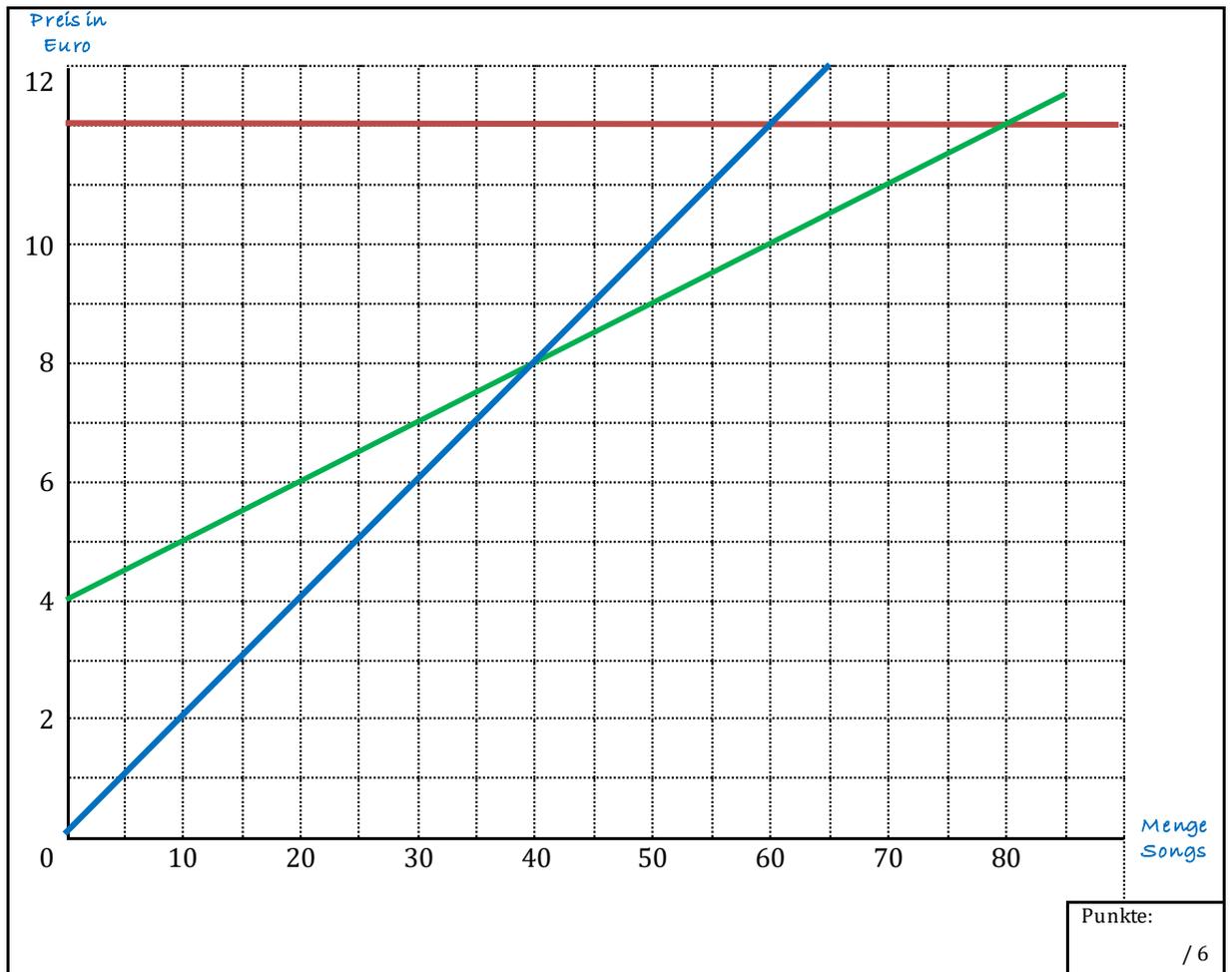
Die Gleichung ist

$$y_D = 0,5x - 5,$$

denn pro Song bezahlt man 50ct, aber die ersten zehn Songs sind kostenlos, d.h. wenn man gar nichts hört, müsste man eigentlich 5€ bekommen, d.h. der Graph schneidet die y -Achse bei -5 .

Punkte:
/ 2

5.3 **Vervollständige** das Koordinatensystem durch Benennung der Achsen und **zeichne** die Graphen (A) bis (C) **ein!**



5.3 **Formuliere eine** Fragestellungen zum Sachproblem, die einfach mit der graphischen Darstellung beantwortet werden kann und **beantworte** sie.



Frage: Welcher Tarif ist für mich am günstigsten, wenn ich am Tag im Durchschnitt nur zwei Songs höre, mal einen weniger, mal einen mehr?

Antwort: Also wirst du im Monat um die 60 Songs hören. Wie der Grafik zu entnehmen ist, ist bei einem monatlichen Hören zwischen 40 und 80 Songs der MUSIC-CLUB-Tarif am günstigsten

(Nur ein Beispiel: Andere Fragestellungen und entsprechende Antworten sind selbstverständlich auch möglich!)

Punkte: / 3

**Aufgabe 5 B (alternativ zu 5 A und 5 C):
Das Gauß-Verfahren erklären**

/ 16 Punkte

Gauß Verfahren

Alles was du über
Gauß Verfahren
wissen solltest

Zwei Gleichungen mit zwei Variablen kann man auch -sehr abstrakt- mit dem Gauß-Verfahren lösen

Im folgenden findest du ein vollständiges Beispiel für die Lösung eines linearen Gleichungssystems mit dem Gauß-Verfahren - ohne dass auch nur eine Gleichung genannt ist...

5.1 **Gib an**, was folgendes „Startschema“ im Rahmen des Gauß-Verfahrens bedeutet.

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Dieses Schema ist eine Kurzschreibweise für das Gleichungssystem

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{array}$$

Punkte:
/ 2

5.2 **Interpretiere** das abschließende Schema (nach dem in 5.4. durchgeführten Gauß-Verfahren) und **beurteile** seine Bedeutung für die Lösung des Gleichungssystems.

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Dieses Schema lautet rückinterpretiert

$$\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 2 \end{array}$$

Damit ist die Lösung unmittelbar ablesbar.

Punkte:
/ 2

5.3 **Nenne** einen Vorteil, den das Gauß-Verfahren gegenüber allen anderen Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen hat.

- Dieses Verfahren verzichtet auf alle unnötigen Angaben, die man ja sowieso weiß, es erspart Schreibarbeit.
- Dieses Verfahren ist einfach am Computer zu programmieren.
- Dieses Verfahren ist auch bei beliebig vielen Gleichungen mit beliebig vielen Variablen anwendbar.

(Die Angabe einer dieser Aspekte genügt!)

Punkte:
/ 2

- 5.4 **Gib** nun **an**, welche Umformungen in den einzelnen Schritten im Gauß-Verfahren vorgenommen wurden und **begründe**, mit welchem Ziel diese Umformungen vorgenommen wurden.

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 1 \\ -3 & -6 & -9 \end{array}$$

Multiplikation der zweiten Zeile mit -3 , um dann die Zeilen addieren zu können.

Punkte:
/ 2

$$\begin{array}{cc|c|c} 3 & 2 & 1 & \\ -3 & -6 & -9 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -8 \end{array}$$

Addition der ersten Zeile zur zweiten Zeile, damit die erste variable dort entfällt.

Punkte:
/ 2

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & -8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc|c} 6 & 4 & 2 \\ 0 & -4 & -8 \end{array}$$

Multiplikation der ersten Zeile mit 2 , um dann die Zeilen addieren zu können.

Punkte:
/ 2

$$\begin{array}{cc|c} 6 & 4 & 2 \\ 0 & -4 & -8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc|c} 6 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & -8 \end{array}$$

Addition der zweiten Zeile zur ersten Zeile, damit die zweite variable dort entfällt.

Punkte:
/ 2

$$\begin{array}{cc|c} 6 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & -8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Division der ersten Zeile durch 6 , der zweiten Zeile durch -4 , damit die linke Seite der Variablen besonders einfach wird.

Punkte:
/ 2



Xaver und Zenzi beim Fensterln!

In Bayern und Österreich gibt es den alten Brauch des Fensterlns, der in WIKIPEDIA wie folgt beschrieben wird:

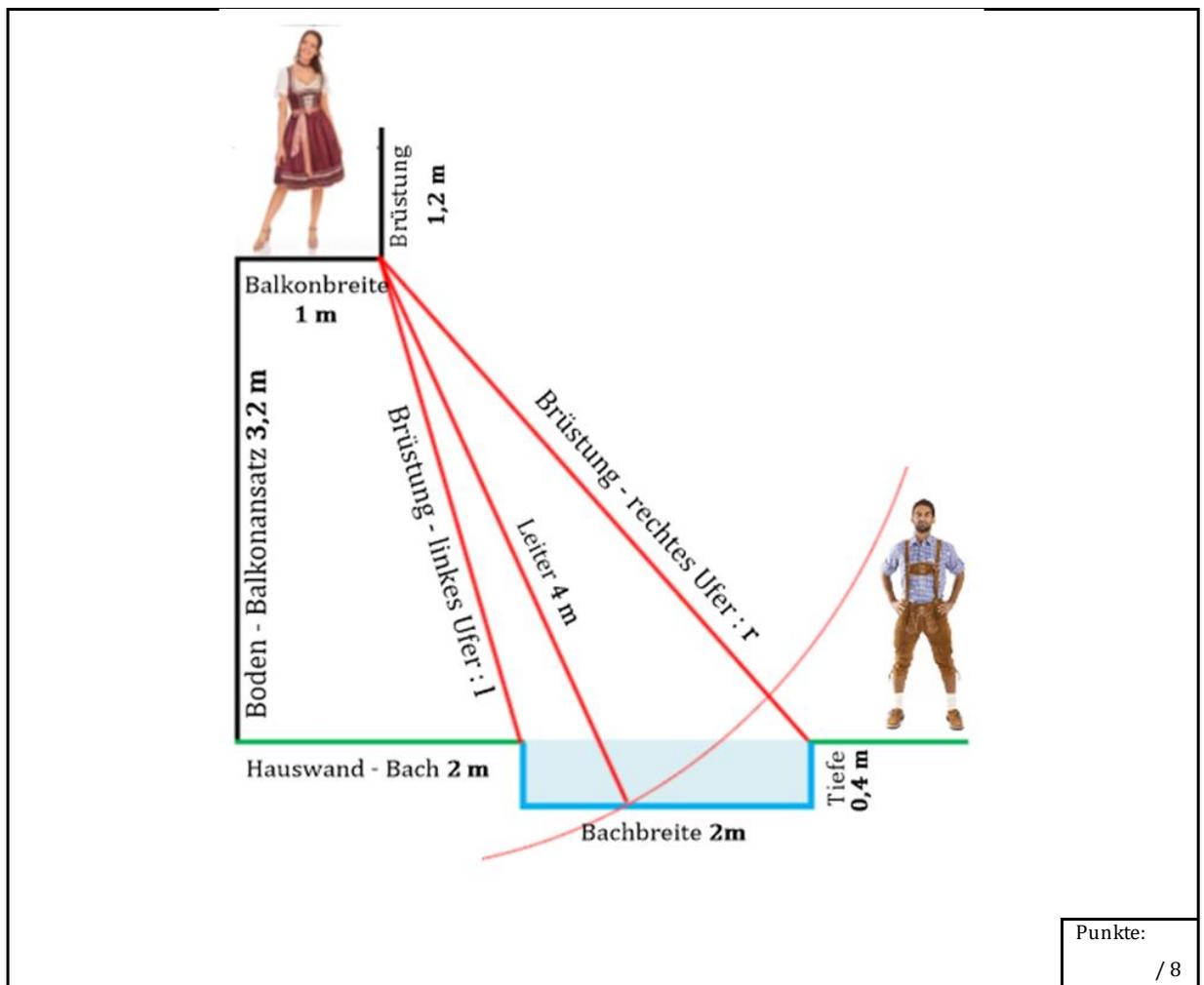
„Das Fensterln ist eine inzwischen fast bedeutungslos gewordene Aktivität der Brautwerbung, die vor allem im süddeutschen Raum und Österreich verbreitet war. Dabei machte der Mann des Nachts heimlich der Geliebten seine Aufwartung, indem er mit Hilfe einer Leiter zum betreffenden Fenster kletterte und gelegentlich dann dort Einlass ins Schlafgemach fand. ...“

Da heutzutage junge unverheiratete Menschen sich unbefangen in der Öffentlichkeit zeigen können und oft auch schon nicht mehr bei den Eltern wohnen, wird das Fensterln heutzutage nur noch selten und dann auch nur noch aus Spaß betrieben.“

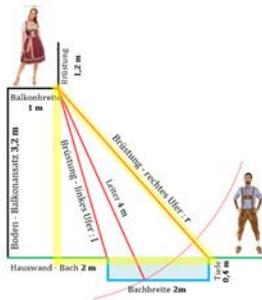
Zenzis Balkon setzt in 3,20 Meter Höhe am Haus an, hat eine Breite von einem Meter und die Balkonbrüstung ist 1,20 Meter hoch. In zwei Meter Entfernung vor dem Haus verläuft ein zwei Meter breiter, aber nur 40 cm tiefer Bach parallel zu Hauswand und Balkon.

Xaver kommt von jenseits des Baches und hat eine vier Meter lange Leiter dabei.

5.1 **Erstelle** eine Skizze und benenne alle notwendigen Größen.



5.2 **Erörtere** umfassend, ob Xaver zu Zenzi auf den Balkon kommen kann. Hat er dann nasse Füße?



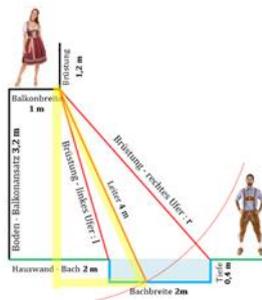
1. Möglichkeit: Leiter rechts vom Bach

Die Balkonbrüstung ist horizontal 3 Meter entfernt und vertikal 3,20 Meter entfernt. Die Entfernung r von Fußpunkt der Leiter zur Balkonbrüstung ist also nach Pythagoras zu berechnen:

$$r^2 = 3^2 + 3,2^2 > 9 + 9 = 18$$

und damit ist nach Wurzelziehen $r > 4$.

Fazit: Die Leiter ist zu kurz.



2. Möglichkeit: Leiter im Bach

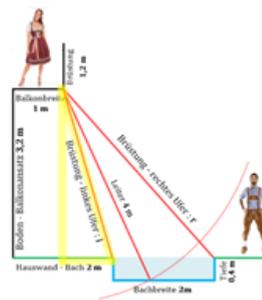
Nun ist der Fusspunkt der Leiter vertikal 3,20 Meter plus 0,40 Meter von der Balkonbrüstung entfernt, der horizontale Abstand x berechnet sich wieder nach Pythagoras als

$$x^2 = 4^2 - 3,6^2 = 16 - 12,96 = 3,04,$$

also nach Wurzelziehen $x = 1,74$ Meter.

Da die Balkonbrüstung einen Meter horizontal vom Bachufer entfernt ist, ist also der Fußpunkt der Leiter 0,74 Meter vom linken und damit 1,26 Meter vom rechten Bachufer entfernt.

Fazit: Er kommt auf den Balkon, wird aber nasse Füße haben.



3. Möglichkeit: Leiter links vom Bach

Da die Leiter zwei Meter länger als der Bach breit ist, gelangt aber so trockenen Fußes auf die andere Bachseite. Die Balkonbrüstung 3,20 Meter vertikal entfernt, aber horizontal nur noch ein Meter.

Nach Pythagoras ist die nun notwendige Länge der Leiter über

$$l^2 = 1^2 + 3,2^2 = 1 + 10,24 = 11,24$$

berechenbar und damit nach dem Wurzelziehen offenbar $l < 4$.

Fazit: Er kommt trocken auf den Balkon.

4. Möglichkeit: Die Klingel benutzen!

Vielleicht lässt ihn ja Zenzi direkt in das Haus ...

Fazit: Er kommt trocken auf den Balkon, ist aber total unromantisch 😞.

(Natürlich müssen nicht alle Möglichkeiten so differenziert erörtert werden, aber zumindest zwei der Möglichkeiten sind für volle Punktzahl notwendig.)

Punkte:

/8

Aufgabe 6 A (alternativ zu 6 B) :
Den Satz des Pythagoras -erneut- beweisen

/ 7 Punkte



SENSEI: Was behandelt ihr gerade im schönen Fach Mathematik?

SCHÜLER: Wir haben den Satz von Pythagoras gelernt:
 $a^2 + b^2 = c^2$!

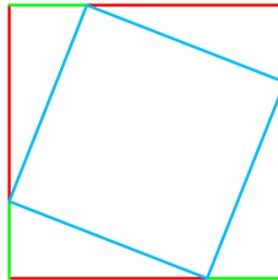
SENSEI: Aber gilt denn das in dieser Form und mit diesen Bezeichnungen so immer?

SCHÜLER: Nein, natürlich müssen wir ein rechtwinkliges Dreieck haben, in dem a und b Katheten sind und c die Hypotenuse ist.

SENSEI: Das ist richtig und wichtig. Aber woher weißt du eigentlich, ob der Satz von Pythagoras auch wirklich stimmt?

SCHÜLER: Das haben wir im Unterricht bewiesen, dazu haben wir Dreiecke und Quadrate gezeichnet. Schau mal ...

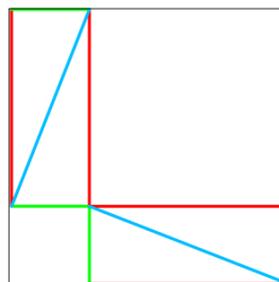
Er zeigt dem SENSEI eine Skizze:



SCHÜLER: Das haben wir gezeichnet, und dann haben wir Flächeninhalte verglichen und mit den binomischen Formeln gerechnet das habe ich aber leider nicht so ganz verstanden.

SENSEI: Das ist auch nicht einfach, aber der Beweis geht mit dieser Skizze auch ganz leicht - ohne komplizierte Rechnung, Gleichungen und binomische Formeln. Sieh dir einfach mal hier meine zweite Skizze dazu an!

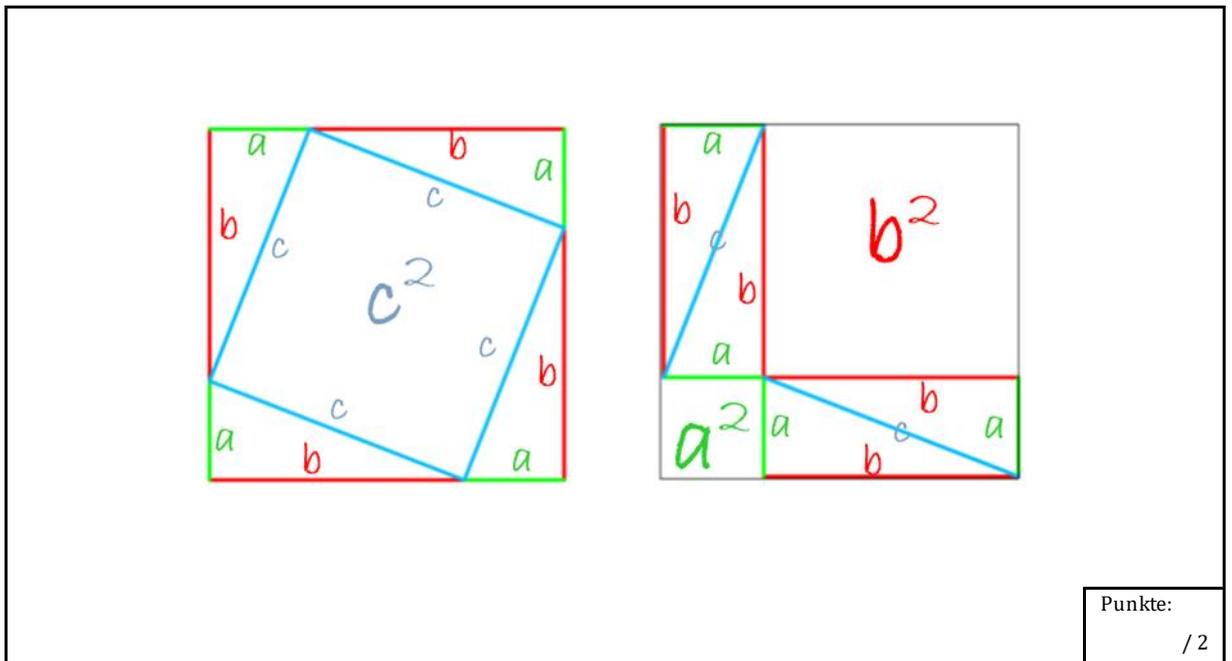
Er zeigt dem SCHÜLER seine Skizze:



SCHÜLER: Äh? Ja, gut, ein weiteres Quadrat, genauso groß wie das in unserer Skizze aus dem Unterricht ... aber wie soll ich damit den Pythagoras beweisen?

SENSEI: Genau das ist heute meine Frage an dich!

6.1 **Beschrifte** die beiden Skizzen.



6.2 **Erkläre** in einem zusammenhängenden Text, wie mit Hilfe der obigen Skizze der Satz von Pythagoras bewiesen werden kann.

Das linke Quadrat besteht aus fünf Flächen: Viermal das Ausgangsdreieck sowie ein Quadrat mit dem Flächeninhalt c^2 .

Das rechte, gleichgroße Quadrat besteht aus sechs Flächen: Ebenfalls viermal das Ausgangsdreieck sowie ein Quadrat mit dem Flächeninhalt a^2 und ein Quadrat mit dem Flächeninhalt b^2 .

Da die Flächen der vier Dreiecke in beiden Quadraten gleich ist, muss auch die Restfläche gleich sein, also

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Damit ist der Satz von Pythagoras bewiesen.

Punkte: / 5

**Aufgabe 6 B (alternativ zu 6 A):
Ein „doppelt so großes“ Rechteck herstellen**

/ 7 Punkte



SENSEI: Was behandelt ihr gerade im schönen Fach Mathematik?

SCHÜLER: Wir haben einen Text von Platon gelesen, in dem er einem Jungen beweist, dass man ein doppelt so großes Quadrat bekommt, wenn man als Grundseite die Diagonale des Ausgangsquadrates nimmt.

SENSEI: Ja, so kann man es zeichnen. Aber wie lang ist denn nun die Diagonale in einem Quadrat?

SCHÜLER: Naja, wenn die Grundseite die Länge 1 hat, dann ist die Länge der Diagonalen $\sqrt{2}$, das kann ich sogar mit dem Satz des Pythagoras beweisen!

SENSEI: Für ein Quadrat mit den Seitenlänge $a=1$ ist das richtig. Aber wie ist das in einem Quadrat mit einer beliebigen Seitenlänge a ?

SCHÜLER: Ohje, da muss ich mal etwas überlegen, ...

Er überlegt und kritzelt etwas auf seinen Noziblock ...

SCHÜLER: Das ist ja auch $\sqrt{2}$, nur noch malgenommen mit der Seitenlänge a !

SENSEI: Auch das stimmt. Nun kannst du mir sicher auch sagen, wie lang die Seiten eines Rechtecks sein müssen, das genauso aussieht wie ein Ausgangsrechteck, aber den doppelten Flächeninhalt hat?

SCHÜLER: Äh? Da hilft mir aber doch die Diagonale nicht, damit bekomme ich doch kein Rechteck, sondern höchstens ein Quadrat.

SENSEI: Stimmt, die Diagonale hilft da wirklich nicht, aber $\sqrt{2}$, die auch hier eine ganz wichtige Rolle spielt, hilft dir dabei!

SCHÜLER: Ja... aber wie denn?

SENSEI: Genau das ist heute meine Frage an dich!

- 6.1 **Bestätige** unter Benutzung einer kurzen, kommentierten Rechnung, dass das flächenmäßig doppelt so große Quadrat zu einem vorgegebenen Quadrat mit der Grundseitenlänge a als Grundseitenlänge $\sqrt{2} \cdot a$ hat.

Wenn das Quadrat die Seitenlänge a hat, dann ist der Flächeninhalt a^2 .
Ein Quadrat mit der angegebenen Seitenlänge $\sqrt{2} \cdot a$ hat den Flächeninhalt
 $(\sqrt{2} \cdot a) \cdot (\sqrt{2} \cdot a) = 2 \cdot a^2$
und ist damit doppelt so groß wie das Ausgangsquadrat.

Punkte:

/ 2

6.2 **Gib** aufgrund der in 6.1 formulierten Erkenntnis eine Vermutung über die Seitenlängen eines doppelt so großen, aber „gleich aussehenden“ Rechtecks an.

Vermutlich wird auch im Rechteck wie im Quadrat, da das Quadrat ja ein spezielles Rechteck ist, jede der Seiten durch den Faktor $\sqrt{2}$ verlängert, also

$$a_{\text{doppelt}} = \sqrt{2} \cdot a,$$

$$b_{\text{doppelt}} = \sqrt{2} \cdot b.$$

Punkte:

/ 1

6.3 **Begründe** die Richtigkeit deiner Vermutung!



Das neue Rechteck mit der obigen Seitenlänge ist tatsächlich doppelt so groß, denn

$$a_{\text{doppelt}} \cdot b_{\text{doppelt}} = (\sqrt{2} \cdot a) \cdot (\sqrt{2} \cdot b) = 2 \cdot a \cdot b.$$

Das neue Rechteck hat auch die gleiche Form, da das Verhältnis der Seitenlängen zueinander genauso ist wie im Ausgangsrechteck:

$$a_{\text{doppelt}} : b_{\text{doppelt}} = (\sqrt{2} \cdot a) : (\sqrt{2} \cdot b) = a : b,$$

denn $\sqrt{2}$ kann gekürzt werden!

Punkte:

/ 4

Gutachten

Inhalt:		/ 65
Sprachliche Richtigkeit (⚠):	max. 2*	/
Sprachliche Gestaltung (⚠):	max. 2*	/
Äußere Form:	max. 3*	/

* in Abhängigkeit vom Umfang der bewertbaren Bearbeitung

SUMME /

Es wurden von möglichen Punkten erreicht, das entspricht %.

Note: (Punkte)

Potsdam, den 4. März 2020

Hans-Joachim Brehm (StR)

Klassenspiegel

1	2	3	4	5	6

"Durchschnitt":

Bewertungsschema

≥95%	≥90%	≥85%	≥80%	≥75%	≥70%	≥65%	≥60%	≥55%	≥50%	≥45%	≥36%	≥27%	≥18%	≥9%	<9%
1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0